

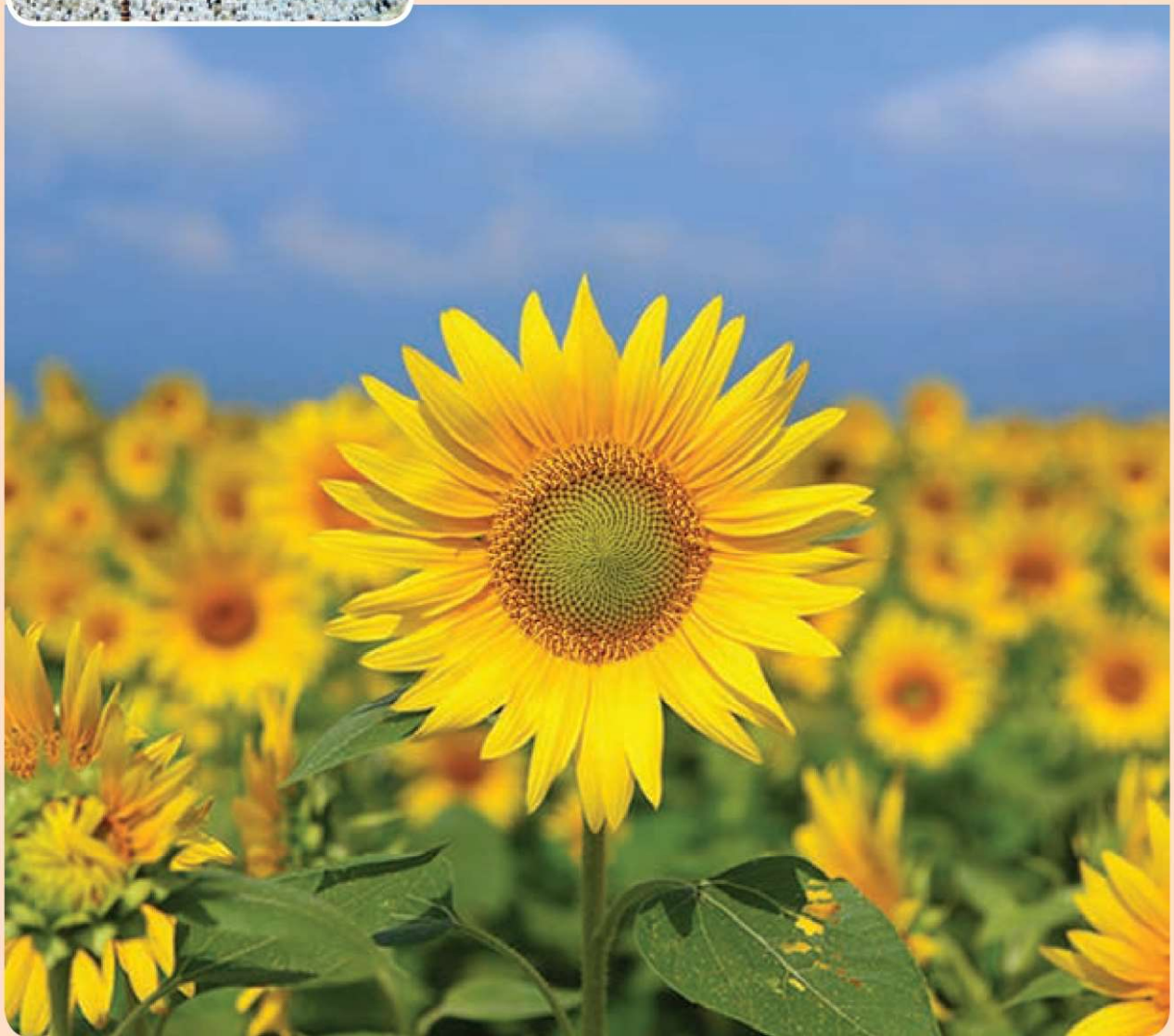


مجموعه های آموزشی
رنجبر
artranjbar.ir



۴

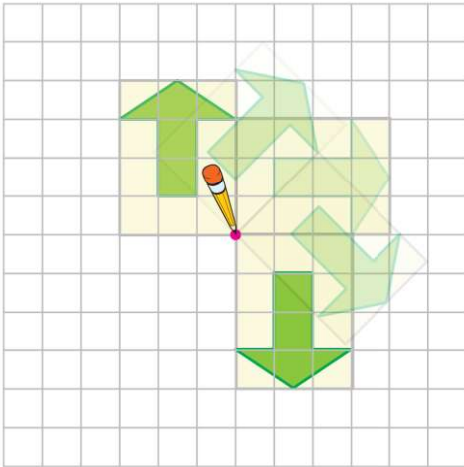
تقارن و مختصات



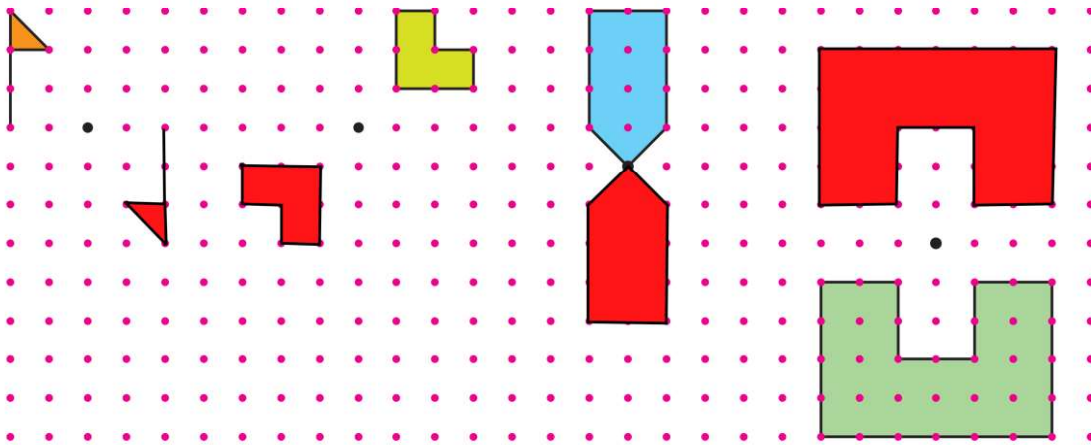
جهان دارای نظم حساب شده و دقیقی است و انسان‌های زیادی برای کشف قوانین هندسه موجود در آن تلاش کرده‌اند. هندسه چنان در ساختار طبیعت نقش دارد که دانشمندی همچون گالیله در کتاب خود نوشته است: «جهان به زبان ریاضیات نوشته شده است و شخصیت‌های آن مثلث، دایره و دیگر شکل‌های هندسی هستند».

مرکز تقارن و تقارن مرکزی

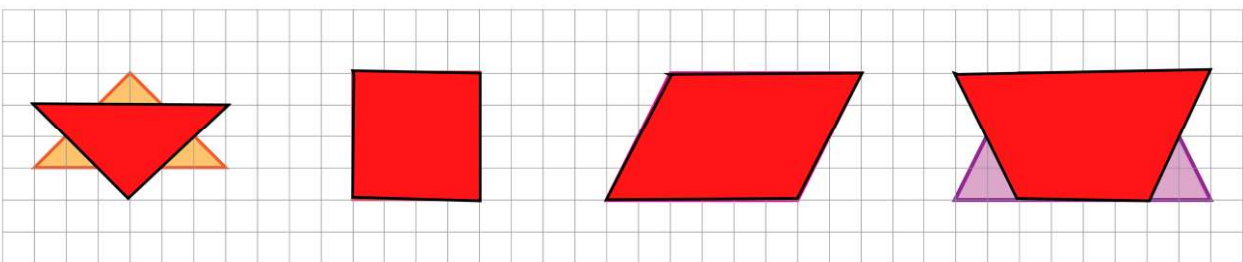
فعالیت



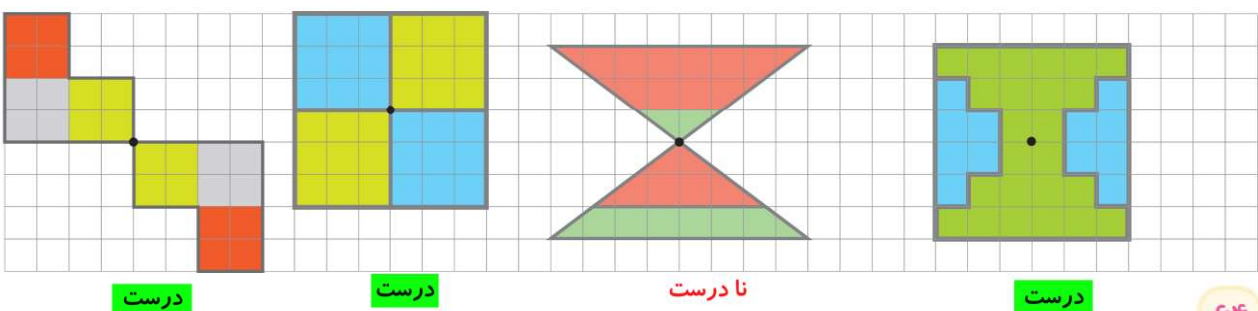
۱- مانند نمونه، با یک کاغذ شفاف، هریک از شکل های زیر را نیم دور (180° درجه) حول (دور) نقطه ی داده شده بچرخانید و قرینه ی آنها را پیدا کنید.



۲- فعالیت قبل را برای شکل های زیر انجام دهید.

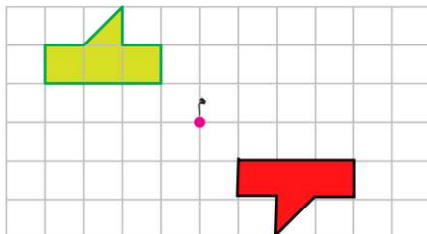


۳- کدام تصویرهای زیر، یک شکل و قرینه ی آن نسبت به نقطه ی مشخص شده را نشان می دهند؟



وقتی شکلی به اندازه‌ی **۱۸۰ درجه** حول نقطه‌ای بچرخد و روی خودش منطبق شود، می‌گوییم شکل **تقارن مرکزی** دارد.

کار در کلاس



با تصوّر کردن قرینه‌ی شکل روبه‌رو نسبت به نقطه‌ی «م»، حدس بزنید قرینه‌ی آن شبیه به کدام یک از شکل‌های زیر می‌شود. درستی حدس خود را با استفاده از کاغذ شفاف بررسی کنید.



شکل (۵)



شکل (۴)



شکل (۳)

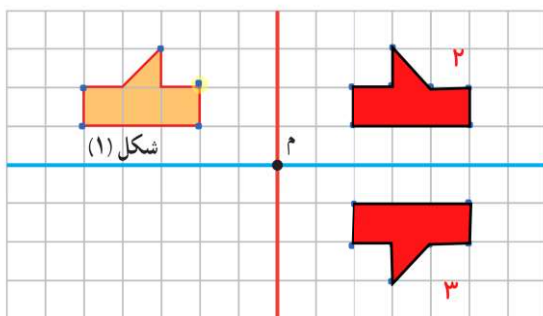


شکل (۲)



شکل (۱)

فعالیت



۱- قرینه‌ی شکل (۱) نسبت به خط تقارن قرمز رنگ را به دست آورید و آن را شکل (۲) بنامید.

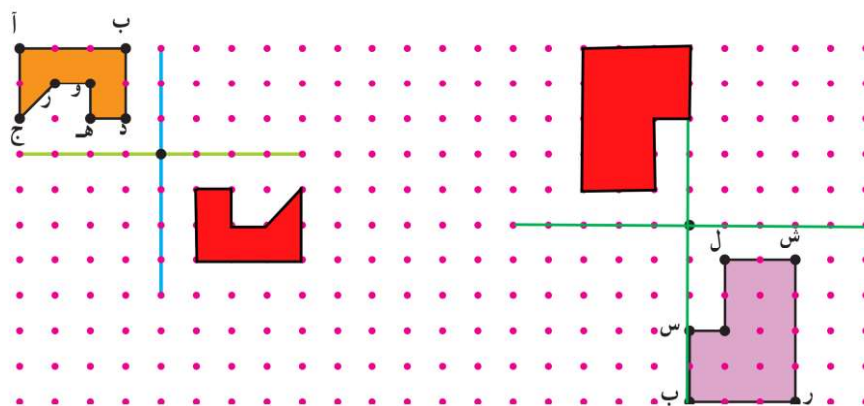
۲- قرینه‌ی شکل (۲) نسبت به خط تقارن آبی رنگ را شکل (۳) بنامید.

۳- اکنون قرینه‌ی شکل (۱) را نسبت به نقطه‌ی «م» به دست آورید. شکل حاصل روی کدام شکل افتاد؟ **روی شکل سوم قرار می‌گیرد**

۴- به کمک شکل بالا، روشی برای پیدا کردن قرینه‌ی یک شکل، نسبت به یک نقطه بیان کنید.

برای پیدا کردن قرینه یک شکل نسبت به یک نقطه می‌توان، قرینه شکل را نسبت خط تقارن عمودی و سپس قرینه شکل جدید را نسبت به خط تقارن افقی رسم نمود به شرطی که خط‌های تقارن افقی و عمودی از روی نقطه مورد نظر عبور کنند

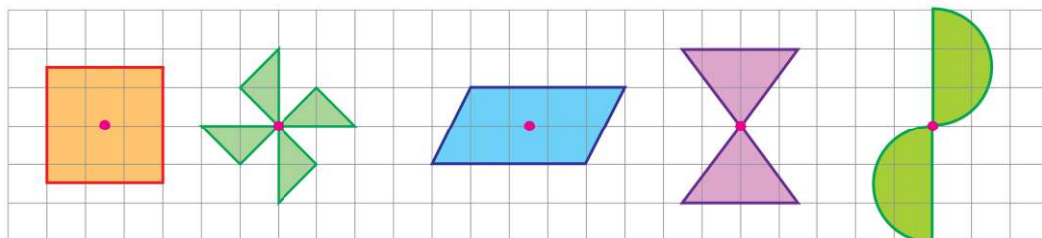
کار در کلاس



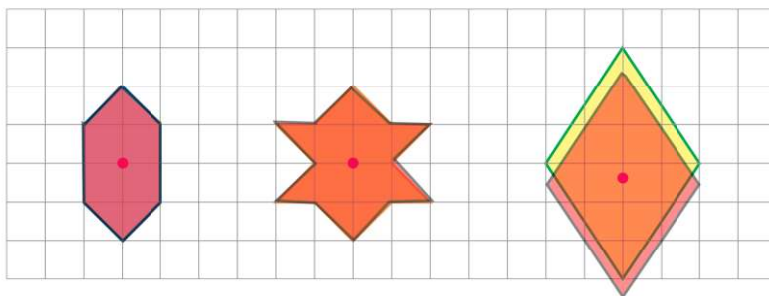
مانند نمونه، ابتدا خط‌های افقی و عمودی را رسم کنید و سپس قرینه‌ی هر شکل، نسبت به نقطه‌ی داده شده را به دست آورید.

فعالیت

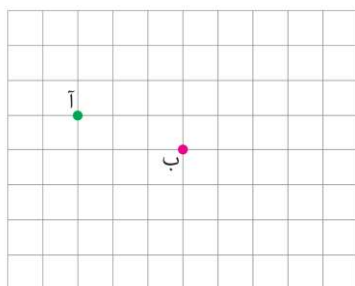
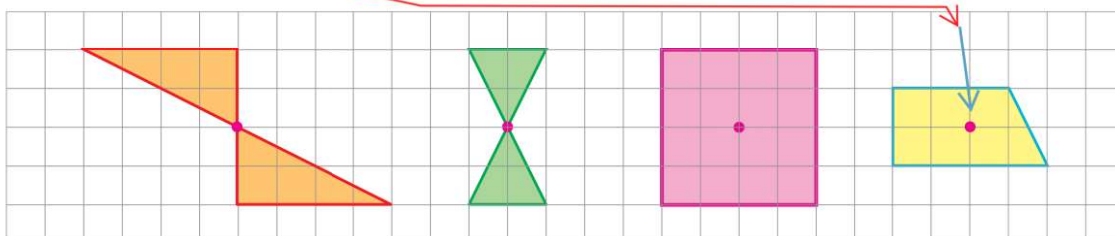
در هر کدام از شکل های زیر، اگر شکل را حول نقطه ی مشخص شده، 180° درجه (نیم دور) بچرخانیم، قرینه ی شکل روی خودش منطبق می شود. به این نقطه، **مرکز تقارن** می گویند.



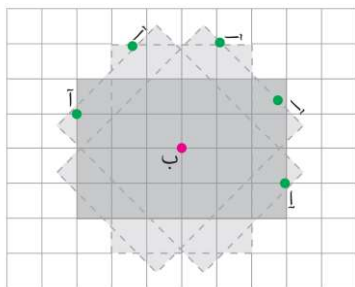
۱- در هر یک از شکل های زیر، ابتدا حدس بزنید نقطه ی مشخص شده مرکز تقارن شکل است یا نه. سپس درستی حدس خود را بررسی کنید.



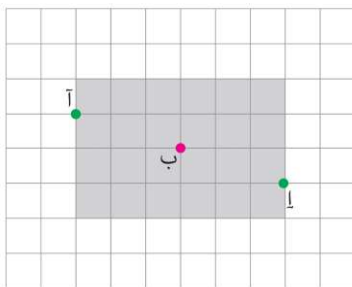
۲- در کدام یک از شکل های زیر، نقطه ی مشخص شده، مرکز تقارن **نیست**؟ در دوزنقه



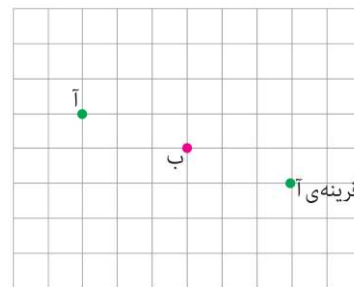
۳- خانم جلالی، با استفاده از کاغذ شفاف، قرینه ی نقطه ی «آ» را نسبت به نقطه ی «ب» پیدا کرد و از دانش آموزان خواست قرینه ی نقطه ی «آ» را با روش دیگری پیدا کنند.

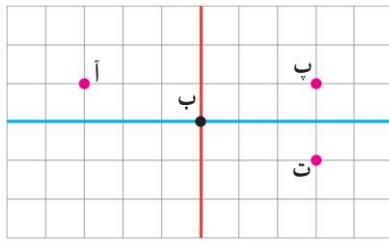


شکل در حین چرخش



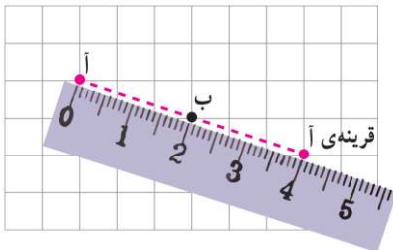
شکل بعد از چرخش



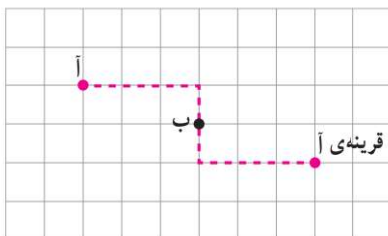


چند دانش آموز روش های زیر را پیشنهاد کرده اند.

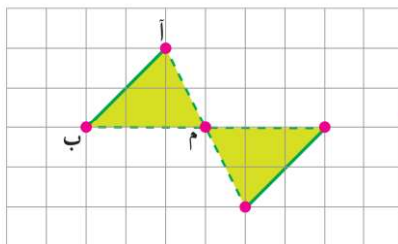
علی: قرینه ی «آ» را نسبت به محور عمودی (قرمز) به دست آورد و آن را «پ» نامید. سپس قرینه ی نقطه ی «پ» را نسبت به محور افقی (آبی) پیدا کرد و آن را «ت» نامید. اکنون نقطه ی «ت» قرینه ی نقطه ی «آ» است.



محمد مهدی: نقطه ی «آ» را با خط کش به نقطه ی «پ» وصل کرد و به همان اندازه ادامه داد و قرینه ی آن را پیدا کرد.

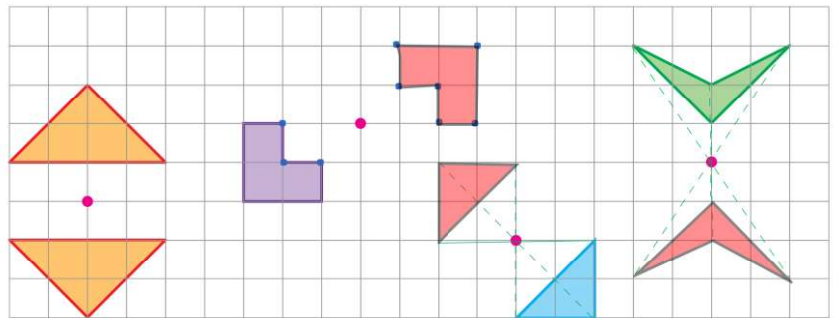


سبحان: با شمردن مربع ها از نقطه ی «آ» سه واحد به سمت راست و یک واحد به سمت پایین رفت تا به نقطه ی «پ» رسید. سپس از نقطه ی «پ» یک واحد به سمت پایین و سه واحد به سمت راست حرکت کرد تا قرینه ی «آ» را پیدا کند.



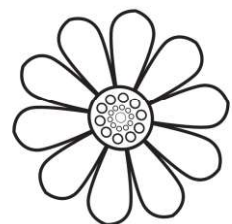
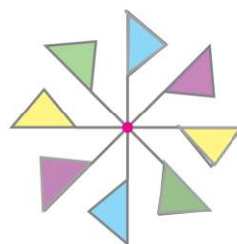
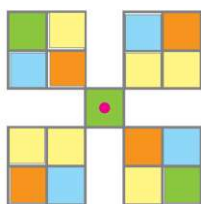
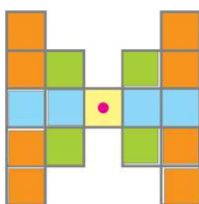
الف) روش های بالا را با هم مقایسه کنید. همه روش ها به یک جواب می رسند به نظر می رسد روش سبحان سریع تر از بقیه باشد البته به شرطی که کاغذ ما شطرنجی باشد ب) توضیح دهید چگونه قرینه ی پاره خط «آب» نسبت به نقطه ی «م» را پیدا کردیم.

خط (آب) از ۲ نقطه تشکیل شده، با پیدا کردن قرینه ی آن دو نقطه و به هم چسباندن آنها، قرینه (آب) بدست می آید ب) قرینه ی شکل های زیر را نسبت به نقطه ی داده شده پیدا کنید.



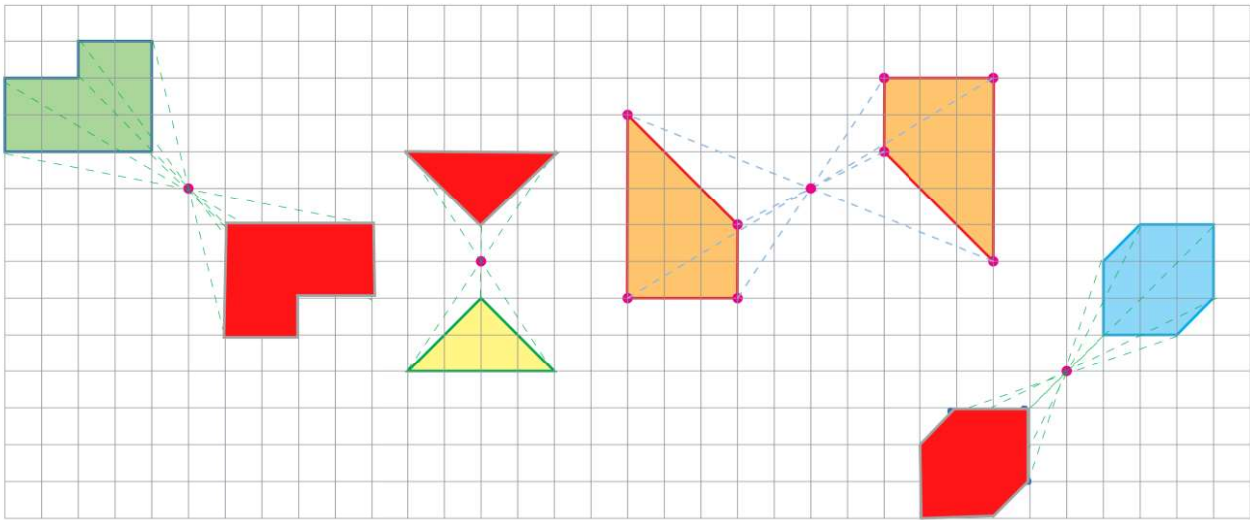
کار در کلاس

۱- شکل های زیر را طوری رنگ کنید تا هر شکل، تقارن مرکزی داشته باشد.

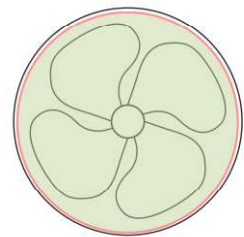
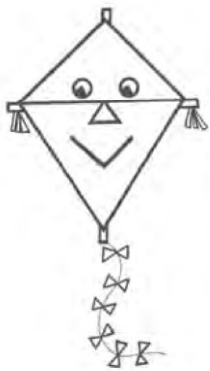


برای اینکه خودتون خلاقانه رنگ آمیزی کنید من دیگه رنگ نمی زنم

۲- مانند نمونه، قرینه‌ی هر شکل را نسبت به نقطه‌ی داده شده پیدا کنید.



۳- شکلی را که مرکز تقارن دارد، رنگ کنید.

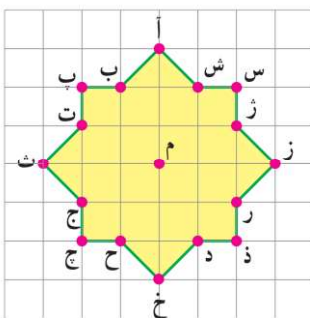


فقط این شکل مرکز تقارن دارد

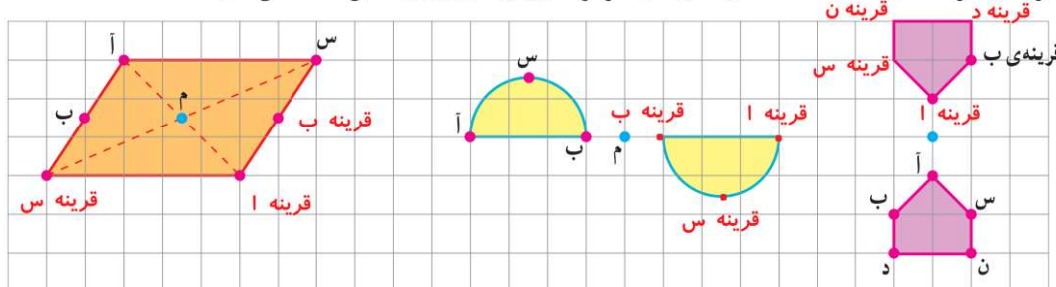
فعالیت

۱- در شکل روبه‌رو، قرینه‌ی نقاط داده شده نسبت به نقطه‌ی «م» را بنویسید.

ث = قرینه‌ی ج	ر = قرینه‌ی ت	خ = قرینه‌ی آ
س = قرینه‌ی چ	ز = قرینه‌ی ث	د = قرینه‌ی ب
ش = قرینه‌ی ح	ژ = قرینه‌ی ج	ذ = قرینه‌ی پ

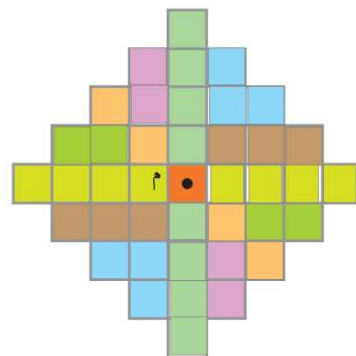
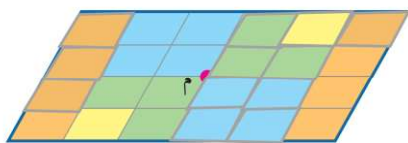
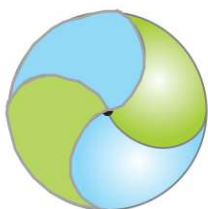


۲- قرینه‌ی هریک از نقاط داده شده را نسبت به مرکز تقارن پیدا و روی شکل مشخص کنید.



تمرین

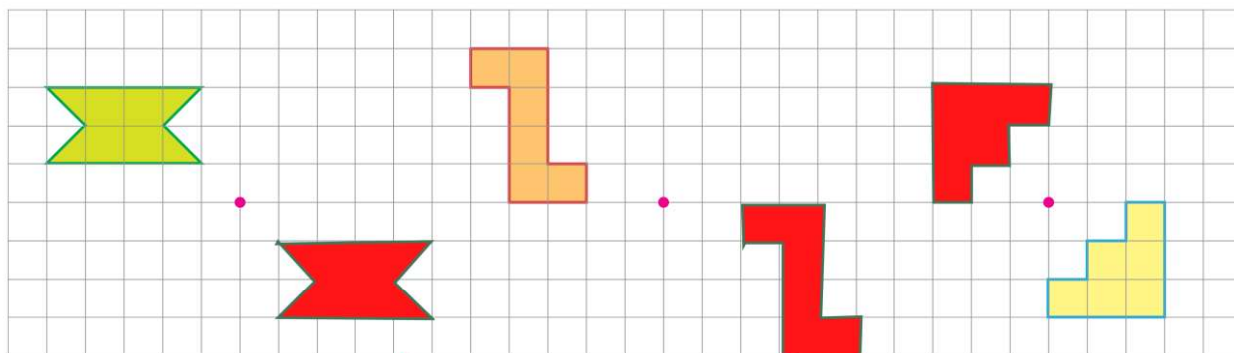
۱- شکل‌های زیر را طوری رنگ کنید که نقطه‌ی «م» مرکز تقارن باشد.



۲- جدول زیر را کامل کنید.

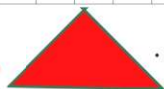
شکل					
مرکز تقارن	ندارد	ندارد	دارد	دارد	دارد
محل برخورد قطرها، مرکز تقارن است.	خیر	خیر	بله	بلی	بله
محور تقارن (خط تقارن)	دارد	دارد	دارد	دارد	دارد
تعداد محورهای تقارن	۱	۱	۴	۲	۲

۳- قرینه‌ی هر شکل نسبت به نقطه‌ی داده شده را رسم کنید.

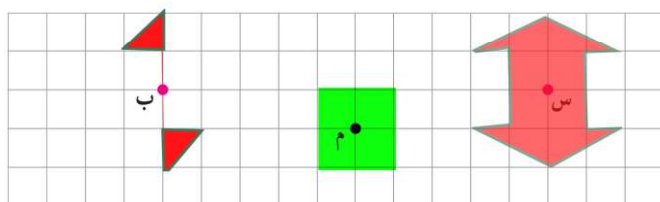


۴- شکلی رسم کنید که بیش از دو خط تقارن دارد ولی مرکز تقارن ندارد.
شکل‌های دیگری هم وجود دارد

مثلت متساوی الاضلاع



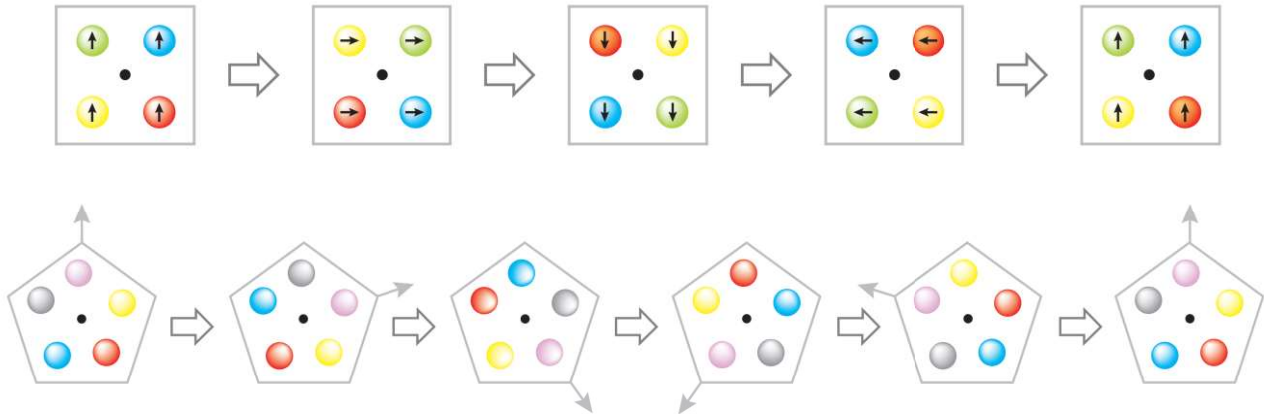
۵- شکلی رسم کنید که مرکز تقارن دارد ولی خط تقارن ندارد.
متوازی الاضلاع



۶- شکلهایی رسم کنید که نقاط داده شده مرکز تقارن آنها باشند.

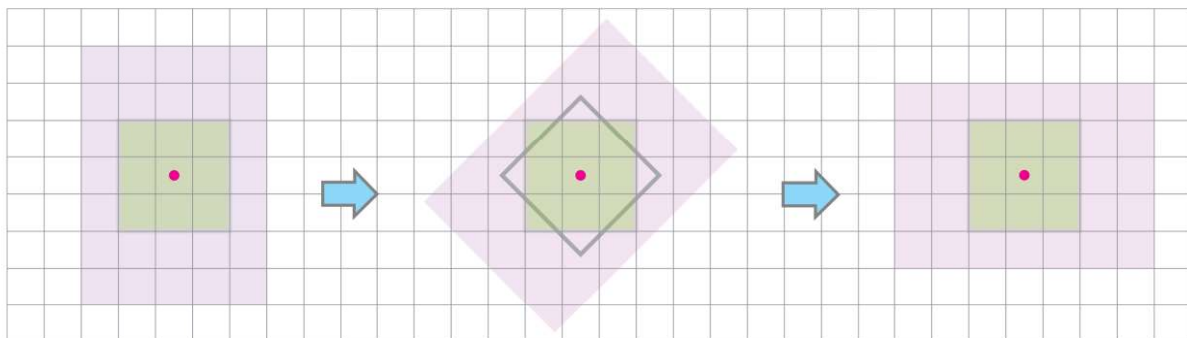
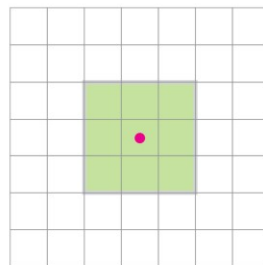
دوران

سال قبل با مفهوم چرخش یا **دوران** آشنا شدید. هر یک از شکل های زیر، حول یک نقطه (**مرکز دوران**) دوران می کنند.



فعالیت

یک ورق کاغذ شفاف را روی مربع زیر قرار دهید. تصویر مربع را روی آن رسم کنید. با استفاده از نوک مداد، کاغذ شفاف را حول مرکز دوران 90° در جهت عقربه های ساعت بچرخانید. آیا تصویر، روی شکل منطبق می شود؟ توضیح دهید. **بله - بعد از چرخش 90° درجه ای، دوباره روی خودش منطبق می شود**

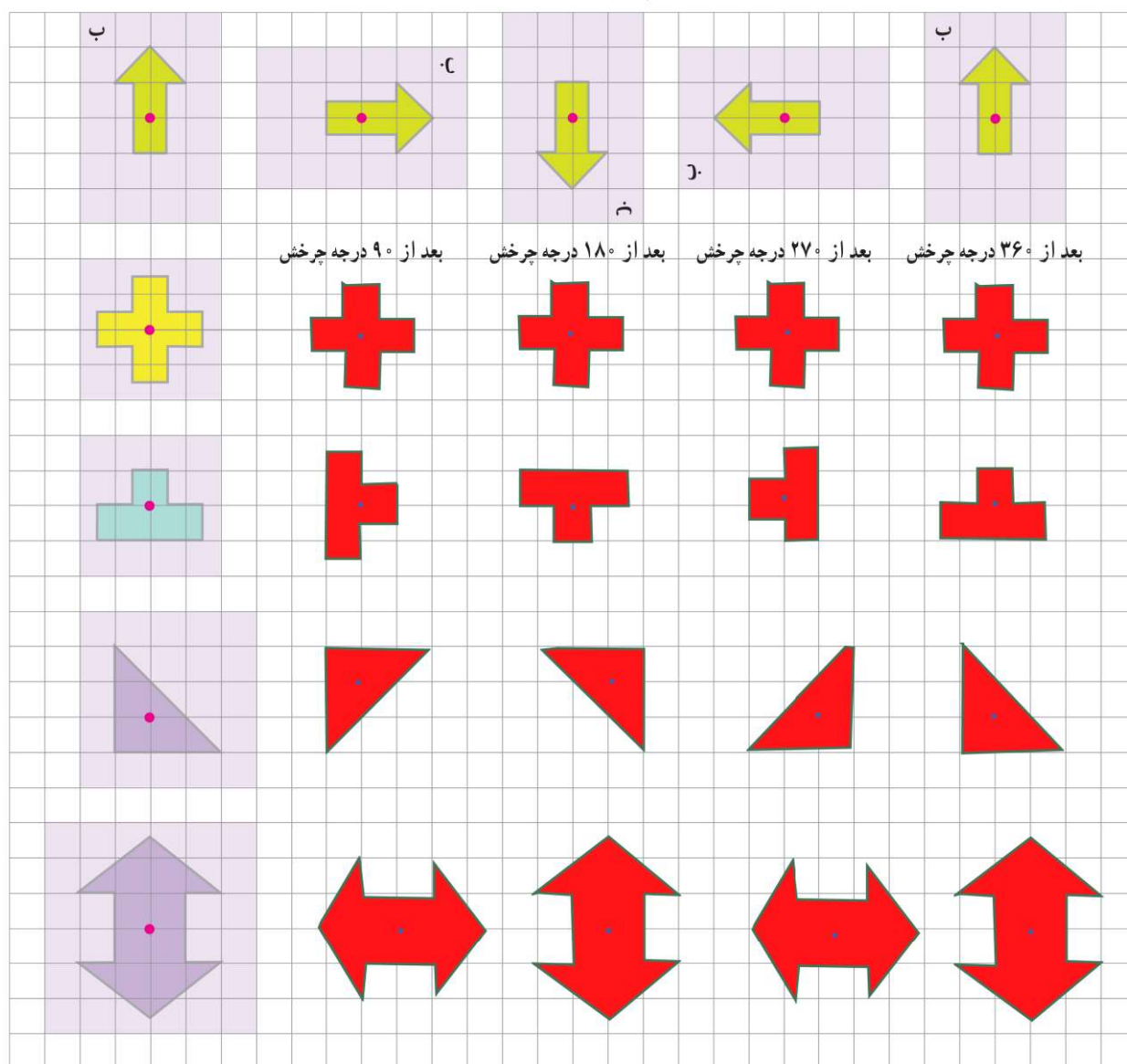


بعد از 45° درجه چرخش

بعد از 90° درجه چرخش

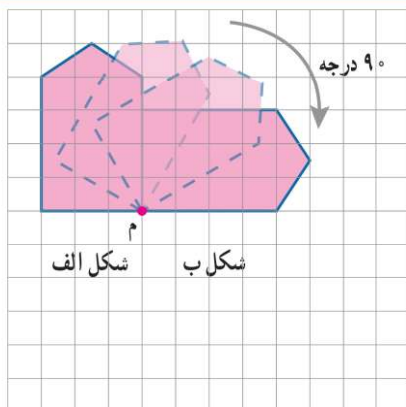
• کار در کلاس •

فعالیت صفحه‌ی قبل را برای شکل‌های زیر انجام دهید.



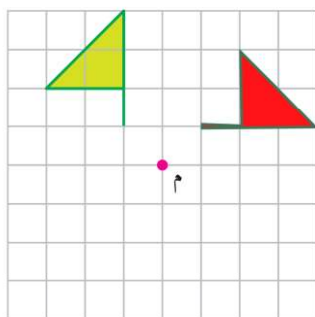
آیا شکل به حالت اول باز می‌گردد؟ **بله**

• فعالیت •



۱- یک کاغذ شفاف روی شکل «الف» قرار دهید و این شکل را روی آن بکشید. با کمک نوک مداد، کاغذ شفاف خود را حول «م» که به آن **مرکز دوران** می‌گوییم در جهت عقربه‌های ساعت، ۹۰ درجه بچرخانید. تصویر شکل «الف» روی شکل «ب» قرار می‌گیرد. اکنون شکل «ب» را حول مرکز دوران، ۹۰ درجه در جهت عقربه‌های ساعت بچرخانید و آن را شکل «پ» بنامید. آیا شکل «پ» قرینه‌ی شکل «الف»، نسبت به نقطه‌ی «م» است؟ پاسخ خود را توضیح دهید.

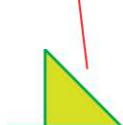
بله - قرینه‌ی شکل «الف» بعد از دوران ۱۸۰ درجه‌ی حول نقطه «م» بدست می‌آید



۲- می‌خواهیم به کمک کاغذ شفاف، شکل روبه‌رو را حول نقطه‌ی «م» به اندازه‌ی 90° در جهت عقربه‌های ساعت بچرخانیم. ابتدا **حدس** بزنید کدام یک از شکل‌های زیر، دوران یافته‌ی شکل داده شده است؟ سپس دوران یافته‌ی آن را رسم کنید.



شکل (۴)



شکل (۳)



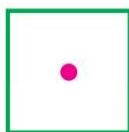
شکل (۲)



شکل (۱)

• کار در کلاس •

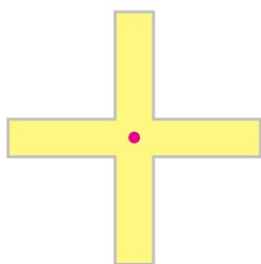
یک ورق شفاف روی مربع زیر قرار دهید و آن را 90° درجه حول نقطه‌ی داده شده بچرخانید. آیا دوران یافته‌ی شکل، روی آن منطبق می‌شود؟ **بله**



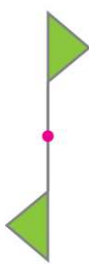
وقتی شکلی را حول یک نقطه به اندازه‌ی 180° درجه یا کمتر در جهت عقربه‌های ساعت می‌چرخانیم و شکل روی خودش می‌افتد می‌گوییم شکل، **تقارن چرخشی** دارد.

• فعالیت •

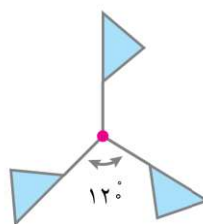
۱- هر کدام از شکل‌های زیر را حول نقطه‌ی داده شده، چند درجه بچرخانیم تا شکل روی خودش بیفتد؟



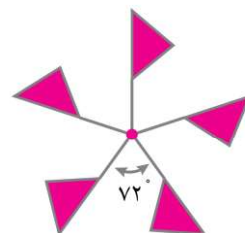
۹۰ درجه



۱۸۰ درجه

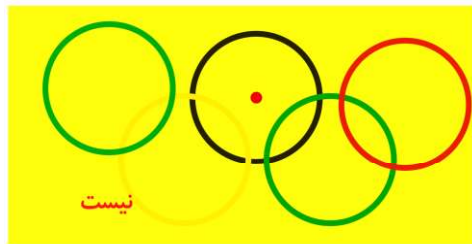
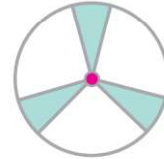
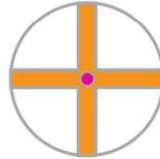
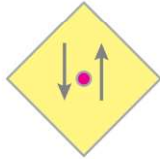
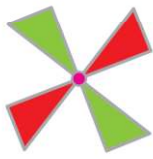


۱۲۰ درجه



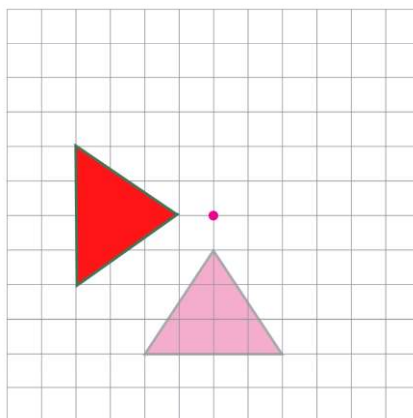
۷۲ درجه

۲- مشخص کنید کدام یک از شکل‌های زیر دارای تقارن چرخشی نیست.



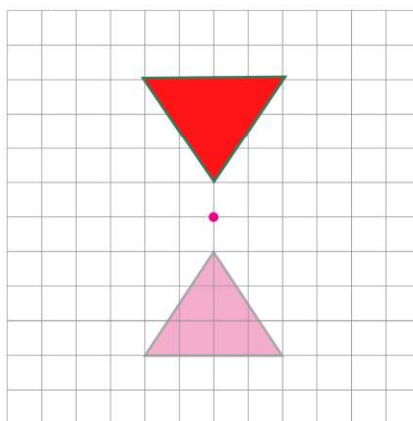
۳- با توجه به زاویه‌های داده شده، شکل را در جهت عقربه‌های ساعت، حول نقطه‌ی داده شده بچرخانید و سپس آن را رسم کنید.

الف) 90° درجه



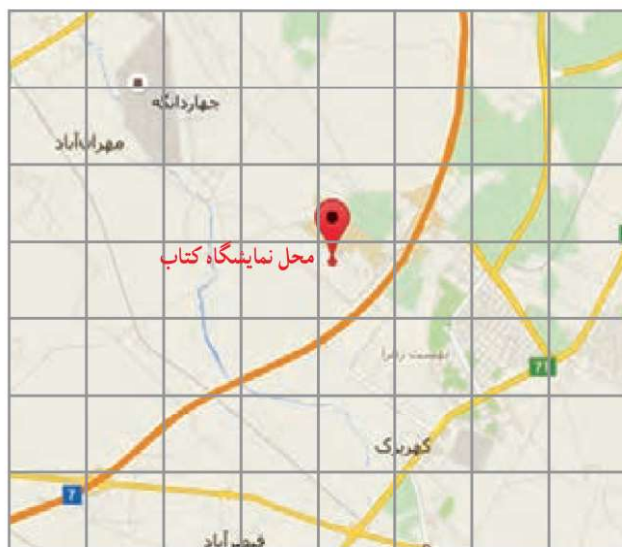
الف

ب) 180° درجه



ب

محورهای مختصات

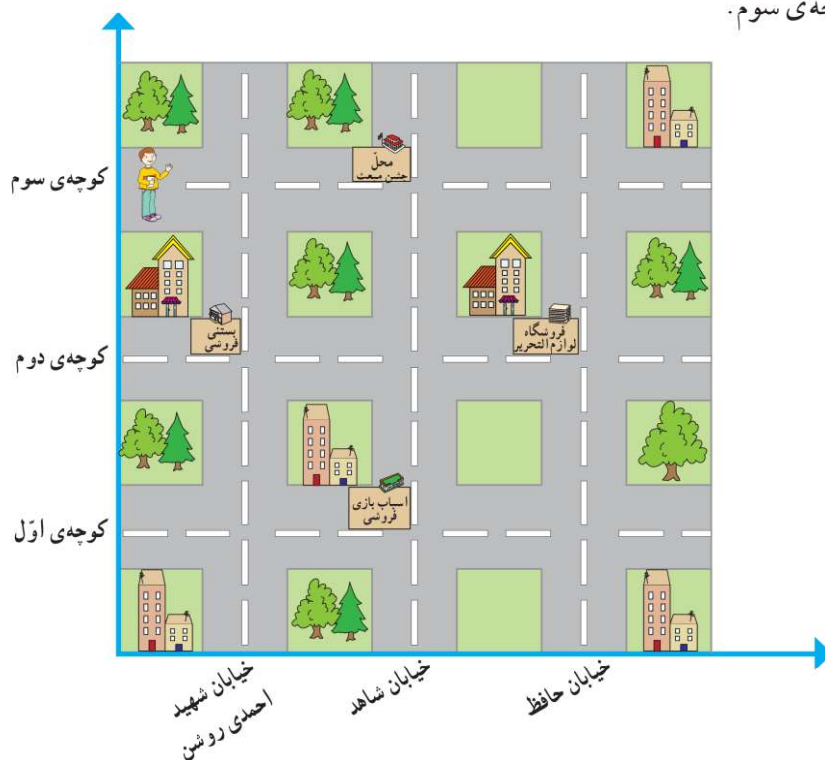


ما معمولاً در زندگی روزمره از نقشه‌ها زیاد استفاده می‌کنیم. به عنوان مثال، فرض کنید دانش‌آموزی می‌خواهد برای خرید کتاب به نمایشگاه کتاب تهران برود. به طور یقین او باید آدرس دقیقی از محل نمایشگاه داشته باشد. برای این کار می‌توان از روی نقشه‌ی تهران به محل مورد نظر دسترسی پیدا کرد.

فعالیت

منزل مبینا در نزدیکی منزل فریبا است. او می‌خواست فریبا را برای جشن مبعث پیامبر(ص) دعوت کند و نشانی محل برگزاری جشن را به صورت زیر نوشت:

خیابان شاهد، کوچه‌ی سوم.



۱- مانند نمونه‌ی بالا توضیح دهید چگونه با نشانی مناسب می‌توان به نقاط زیر رسید:

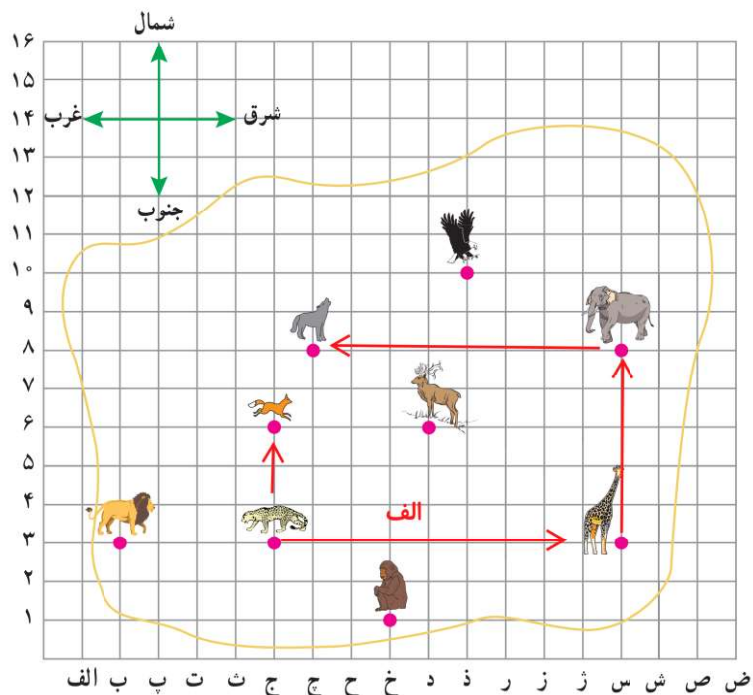
الف) بستنی فروشی خیابان شهید احمدی روشن، کوچه دوم

ب) اسباب‌بازی فروشی خیابان شاهد، کوچه اول

پ) فروشگاه لوازم التحریر خیابان حافظ، کوچه دوم

۲- در نقشه‌ی باغ‌وحش زیر، هر ضلع مربع، معادل ۱۰ متر است. در نقشه محل قفس هر حیوان به وسیله‌ی تصویرش

مشخص شده است.



الف) اگر از قفس پلنگ ۹ واحد به سمت شرق برویم، به قفس کدام حیوان می‌رسیم؟ **زرافه**

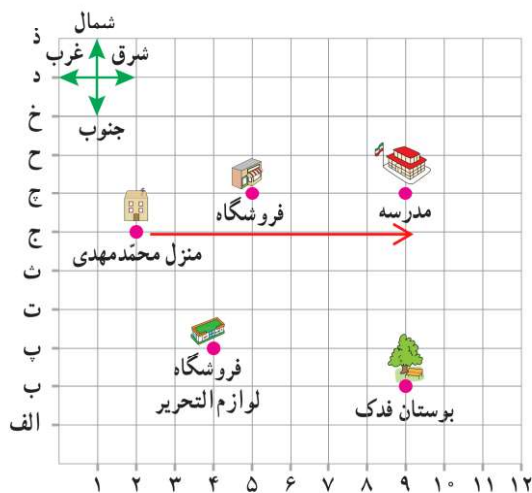
ب) اگر از قفس پلنگ ۳ واحد به سمت شمال برویم، به قفس ... **روباه** می‌رسیم.

پ) اگر از قفس زرافه ۵ واحد به سمت شمال و سپس ۸ واحد به سمت غرب برویم، به قفس ... **گرگ** می‌رسیم.

ت) چگونه از قفس فیل به قفس عقاب برویم؟ **۴ واحد به سمت غرب (چپ) ، ۲ واحد به سمت شمال**

ث) چگونه از قفس گوزن به قفس زرافه برویم؟ **۵ واحد به سمت شرق (راست) ، ۳ واحد به سمت جنوب یا پایین برویم**

• کار در کلاس •



در نقشه‌ی روبه‌رو هر ضلع مربع معادل ۱ کیلومتر است.

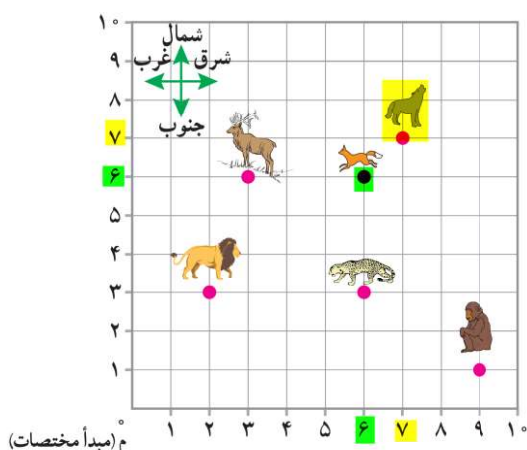
۱- محمد مهدی برای اینکه از منزل خود به مدرسه برود باید **۷** واحد به سمت شرق و **۱** واحد به سمت **شمال** برود.

۲- اگر محمد مهدی ۱ واحد به سمت شمال برود و سپس ۳ واحد به سمت شرق برود، به **فروشگاه** می‌رسد.

۳- اگر او بخواد بعد از تعطیلی مدرسه از فروشگاه لوازم التحریر خرید کند، چه راهی را پیشنهاد می‌کنید؟
(راه حل خود را با دوستانتان مقایسه کنید.)

۵ واحد به سمت غرب ، ۴ واحد به سمت جنوب

یا ۴ واحد به سمت جنوب ، ۵ واحد به سمت غرب



۴- برای مشخص کردن مکان یک شیء یا نشانی دقیق آن روی نقشه می توان از دو محور اعداد استفاده کرد که آنها را **محورهای مختصات** می نامیم. محل تقاطع دو محور را **مبدأ مختصات** می نامیم.

با یک صفحه ی شطرنجی، می توان محل دقیق قفس هر حیوان را با دو عدد که مختصات آن نقطه می نامیم تعیین کرد. مثلاً برای رسیدن به قفس پلنگ کافی است از مبدأ، ۶ واحد به سمت شرق

$$\text{مختصات قفس پلنگ} = \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix}$$

و ۳ واحد به سمت شمال برویم.

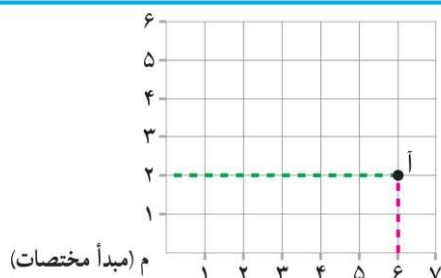
مختصات قفس شیر $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ است، یعنی از مبدأ مختصات ۲ به سمت شرق و ۳ واحد به سمت **شمال** می رویم تا به قفس شیر برسیم.

۵- مختصات قفس گرگ و روباه را بنویسید. **روباه** $\begin{bmatrix} 6 \\ 6 \end{bmatrix}$ **گرگ** $\begin{bmatrix} 7 \\ 7 \end{bmatrix}$

۶- مختصات $\begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix}$ مربوط به قفس **گوزن** و $\begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix}$ مربوط به قفس **پلنگ** است.

صفحه ی مختصات از دو محور افقی (محور طول ها) و محور عمودی (محور عرض ها) تشکیل شده است. به دو عددی که با آن مکان نقطه را در صفحه ی شطرنجی تعیین می کنیم، **مختصات آن نقطه** می گوئیم و آن را به صورت $\begin{bmatrix} - \\ - \end{bmatrix}$ نشان می دهیم.

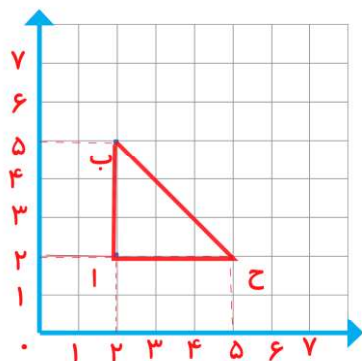
فعالیت



۱- توضیح دهید معلّم چگونه مختصات نقطه ی «آ» را به دست آورد.

ابتدا از نقطه ی (۱) به محور های افقی و عمودی، خط چین هایی رسم کرد

محور افقی ۶ و محور عمودی ۲ را نشان می دهد $\begin{bmatrix} 6 \\ 2 \end{bmatrix}$



۲- الف) نقاط $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$ ح را در

صفحه ی شطرنجی مشخص کنید.

ب) نقاط داده شده را به هم وصل کنید.

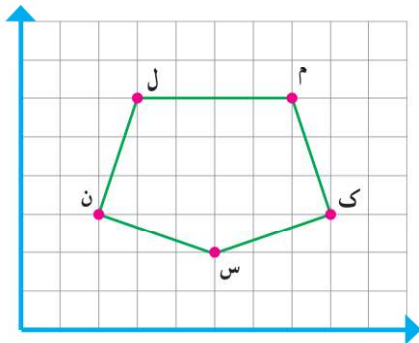
پ) شکل حاصل چه نام دارد؟ مساحت آن را پیدا کنید. **مثلث**

از راه شمارش خانه ها $4/5$

$$(3 \times 3) \div 2 = 4/5$$

• کار در کلاس •

۱- مختصات رأس‌های شکل روبه‌رو را بنویسید.



$$ن = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad م = \begin{bmatrix} 7 \\ 6 \end{bmatrix} \quad ج = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix} \quad ک = \begin{bmatrix} 8 \\ 3 \end{bmatrix} \quad س = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$$

۲- مختصات رأس‌های یک چهارضلعی عبارت‌اند از:

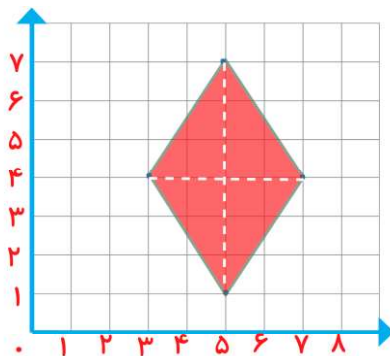
$$\begin{bmatrix} 5 \\ 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

الف) چهارضلعی را رسم و نوع آن را مشخص کنید. **لوزی**

ب) مساحت چهارضلعی را به دست آورید.

$$۲ \div (\text{قطر کوچک} \times \text{قطر بزرگ}) = \text{مساحت لوزی}$$

$$۱۲ = (۶ \times ۴) \div ۲$$

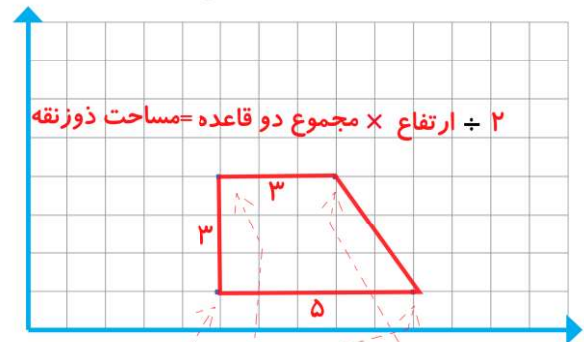


از طریق شمارش مربع‌ها هم میشود ۱۲

۳- مانند مثال‌های بالا، ابتدا نوع چهارضلعی‌های زیر را مشخص و سپس مساحت آنها را پیدا کنید.

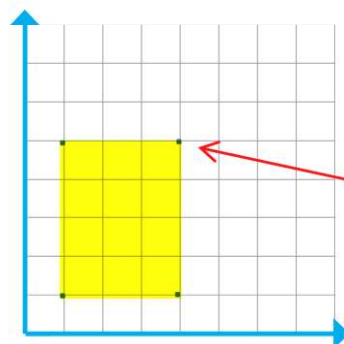


شکل (۱): $\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ مساحت مستطیل $۲/۵ \times ۲ = ۵$



$$۲ \div \text{ارتفاع} \times \text{مجموع دو قاعده} = \text{مساحت دوزنقه}$$

شکل (۲): $\begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix}$ $\frac{(۳+۵) \times ۳}{۲} = ۱۲$



۴- نقاط $\begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$ ، مختصات سه رأس یک

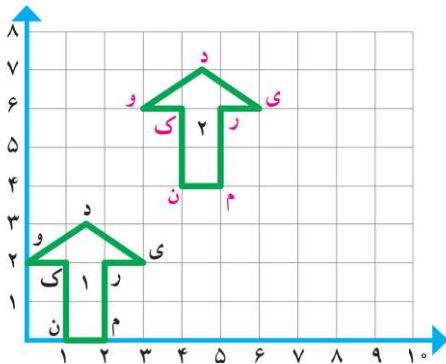
مستطیل هستند.

الف) این نقاط را روی صفحه‌ی مختصات مشخص کنید.

ب) مختصات رأس دیگر این مستطیل را بنویسید. $\begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$

فعالیت

۱- مختصات رأس های شکل ۱ و شکل ۲ را بنویسید.



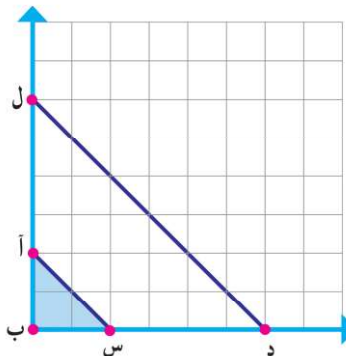
شکل ۱: $ن = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ $م = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ $ر = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ $ی = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ $د = \begin{bmatrix} 1/5 \\ 3 \end{bmatrix}$ $و = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ $ک = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

شکل ۲: $ن = \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix}$ $م = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}$ $ر = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix}$ $ی = \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \end{bmatrix}$ $د = \begin{bmatrix} 4/5 \\ 7 \end{bmatrix}$ $و = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix}$ $ک = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}$

اگر در شکل (۱) نقطه ی «ن» را ۳ واحد به سمت راست و ۴ واحد به سمت بالا حرکت دهیم به نقطه ی «ن» در شکل دوم می رسمیم. همچنین اگر در شکل (۱) نقطه ی «م» را هم ۳ واحد به سمت راست و ۴ واحد به سمت بالا حرکت دهیم به نقطه ی «م» در شکل دوم می رسمیم. اگر هر نقطه از شکل (۱) را ۳ واحد به سمت راست و ۴ واحد به سمت بالا حرکت دهیم، مختصات نقاط جدید را بنویسید:

$$\begin{aligned} ن &= \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix} & م &= \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix} & ر &= \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix} & ی &= \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \end{bmatrix} \\ د &= \begin{bmatrix} 4/5 \\ 7 \end{bmatrix} & و &= \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix} & ک &= \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

۲- مختصات رأس های دو مثلث زیر را بنویسید.



مثلث کوچک: $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$

مثلث بزرگ: $\begin{bmatrix} 0 \\ 6 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 6 \\ 0 \end{bmatrix}$

بین مساحت این دو مثلث چه ارتباطی وجود دارد؟

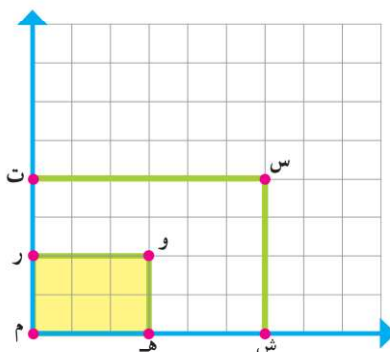
با توجه به اینکه قاعده و ارتفاع مثلث بزرگ ۳ برابر شده، مساحت ۹ برابر می شود

$$\frac{2 \times 2}{2} = 2$$

$$\frac{6 \times 6}{2} = 18$$

کار در کلاس

۱- مختصات رأس های مستطیل کوچک و بزرگ را بنویسید.



مستطیل کوچک: $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$

$$3 \times 2 = 6$$

مستطیل بزرگ: $\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 6 \\ 4 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 6 \\ 0 \end{bmatrix}$

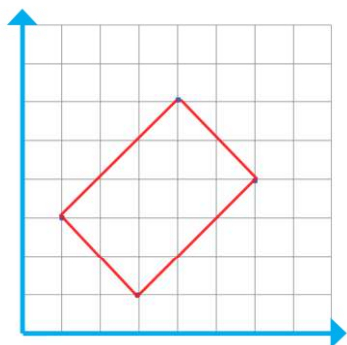
$$6 \times 4 = 24$$

۲- بین مساحت دو شکل، چه رابطه ای وجود دارد؟

با توجه به اینکه طول و عرض مستطیل بزرگ ۲ برابر شده، مساحت ۴ برابر می شود

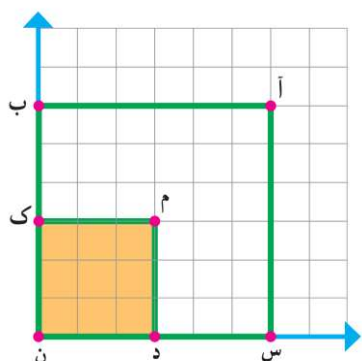
تمرین

- ۱- الف) یک چهار ضلعی با رأس‌های زیر رسم کنید.
 ب) مساحت این چهار ضلعی را با شمردن مربع‌ها به دست آورید. ۱۲



$$\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

- ۲- الف) مختصات رأس‌های مربع‌های کوچک و بزرگ را پیدا کنید.



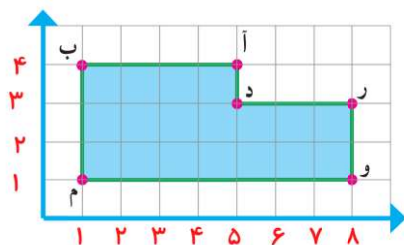
مربع کوچک: $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}$

مربع بزرگ: $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}$

- ب) مساحت مربع‌های کوچک و بزرگ را به دست آورید.
 مساحت مربع بزرگ ۳۶
 مساحت مربع کوچک ۹

پ) چه رابطه‌ای بین مساحت مربع کوچک و بزرگ وجود دارد؟
 مساحت مربع بزرگ ۴ برابر مساحت مربع کوچک است، زیرا هر ضلع مربع بزرگ ۲ برابر شده، پس مساحت باید ۴ برابر بشه

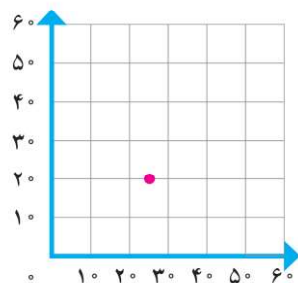
- ۳- الف) مختصات رأس‌های شکل روبه‌رو را بنویسید.



$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 8 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ب) مساحت آن را پیدا کنید.

مساحت = ۱۸

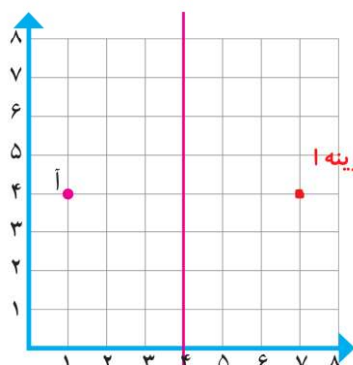


- ۴- مختصات تقریبی نقطه‌ی داده‌شده را بنویسید.

$$\begin{bmatrix} 25 \\ 20 \end{bmatrix}$$

تقارن و مختصات

فعالیت



$$\vec{A} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

۱- الف) مختصات نقطه‌ی «آ» را بنویسید.

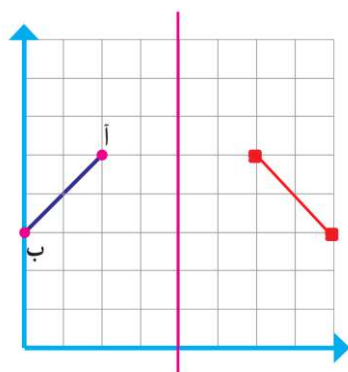
ب) قرینه‌ی نقطه‌ی «آ» را نسبت به محور تقارن قرمز پیدا کنید.

$$\text{پ) مختصات قرینه‌ی نقطه‌ی «آ» را بنویسید.} \quad \vec{A'} = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \end{bmatrix}$$

ت) چه رابطه‌ای بین مختصات نقطه‌ی «آ» و مختصات قرینه‌ی نقطه‌ی «آ» وجود دارد؟

توضیح دهید.

نقطه‌ی (۱) به اندازه‌ی ۶ واحد (یعنی ۲ برابر فاصله نقطه ۱ تا خط تقارن)، به سمت شرق رفته



۲- الف) مختصات نقطه‌های «آ» و «ب» را بنویسید.

$$\vec{A} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

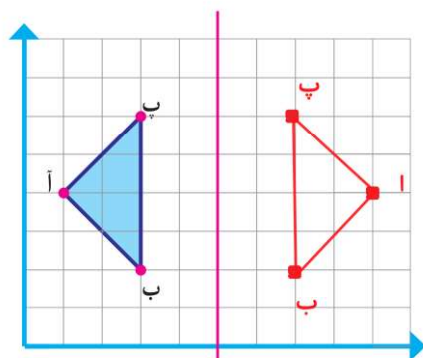
$$\vec{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

ب) قرینه‌ی پاره خط «آب» را نسبت به خط تقارن رسم کنید.

پ) مختصات قرینه‌ی نقطه‌های «آ» و «ب» را بنویسید.

$$\text{قرینه‌ی آ} = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\text{قرینه‌ی ب} = \begin{bmatrix} 7 \\ 2 \end{bmatrix}$$



۳- الف) مختصات رأس‌های مثلث «آب پ» و قرینه‌ی آن نسبت به خط

قرمز رنگ را بنویسید.

مثلث «آب پ» :

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

قرینه‌ی مثلث «آب پ» :

$$\begin{bmatrix} 7 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 \\ 3 \end{bmatrix}$$

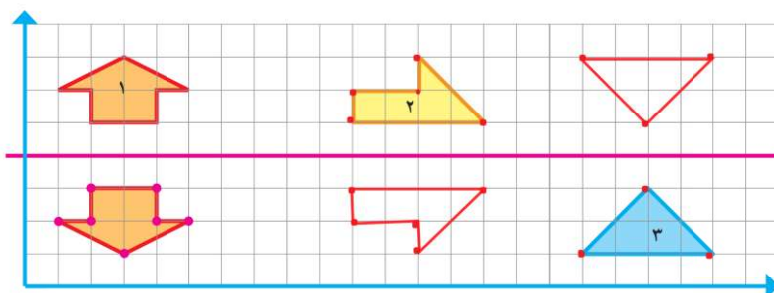
تغییر نمی‌کند

ب) چه رابطه‌ای بین مختصات رأس‌های شکل و قرینه‌ی آن وجود دارد؟

چون خط تقارن روی محور طول (محور افقی) قرار گرفته، فقط مختصات طول، به اندازه ۲ برابر فاصله‌ای که تا خط تقارن دارد، تغییر می‌کند

کار در کلاس

۱- در صفحه‌ی شطرنجی زیر، قرینه‌ی هر شکل را مانند نمونه نسبت به محور تقارن داده شده رسم کنید.



۲- در کار در کلاس ۱، مختصات رأس‌های هر شکل و قرینه‌ی آن نسبت به خط قرمز رنگ را بنویسید.

شکل (۱): $\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 4 \\ 6 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 7 \\ 3 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 \\ 6 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 2 \\ 6 \end{bmatrix}$

قرینه‌ی شکل (۱): $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$

شکل (۲): $\begin{bmatrix} 10 \\ 5 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 14 \\ 5 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 12 \\ 7 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 12 \\ 6 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 10 \\ 6 \end{bmatrix}$

شکل (۳): $\begin{bmatrix} 17 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 19 \\ 3 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 21 \\ 1 \end{bmatrix}$

قرینه‌ی شکل (۲): $\begin{bmatrix} 10 \\ 3 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 14 \\ 3 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 12 \\ 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 12 \\ 2 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 10 \\ 2 \end{bmatrix}$

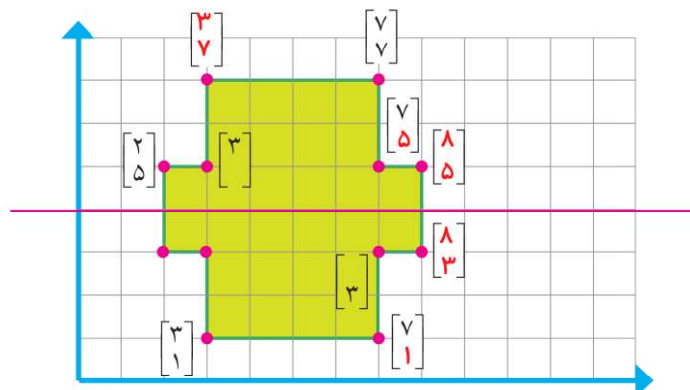
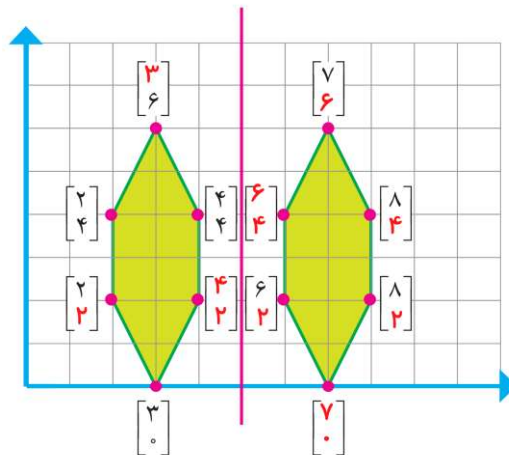
قرینه‌ی شکل (۳): $\begin{bmatrix} 17 \\ 7 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 19 \\ 5 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 21 \\ 7 \end{bmatrix}$

۳- چه رابطه‌ای بین مختصات رأس‌های شکل و مختصات رأس‌های قرینه‌ی آن وجود دارد؟

چون خط تقارن روی محور عرض (محور عمودی) قرار گرفته، فقط مختصات عرض، به اندازه ۲ برابر فاصله‌ای که تا خط تقارن دارد، تغییر می‌کند

فعالیت

۱- در شکل‌های زیر، خط قرمز، خط تقارن است. جاهای خالی را پر کنید.

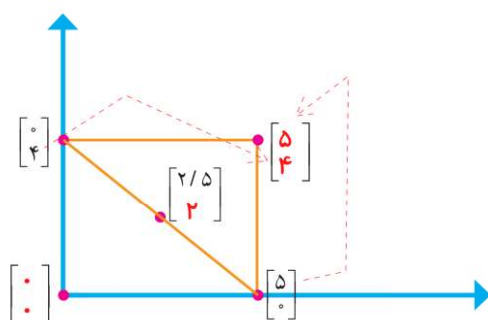


تمرین

۱- اگر یک چهار ضلعی به مختصات رأس های $\begin{bmatrix} 5 & 4 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ ، ۲ واحد به سمت راست و ۵ واحد به سمت بالا رود، چه تغییری در مختصات رأس های این چهار ضلعی به وجود می آید؟

$$\begin{bmatrix} 7 \\ 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 6 \\ 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 8 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix}$$

۲- الف) مختصات نقاط داده شده در مستطیل روبه رو را بنویسید.

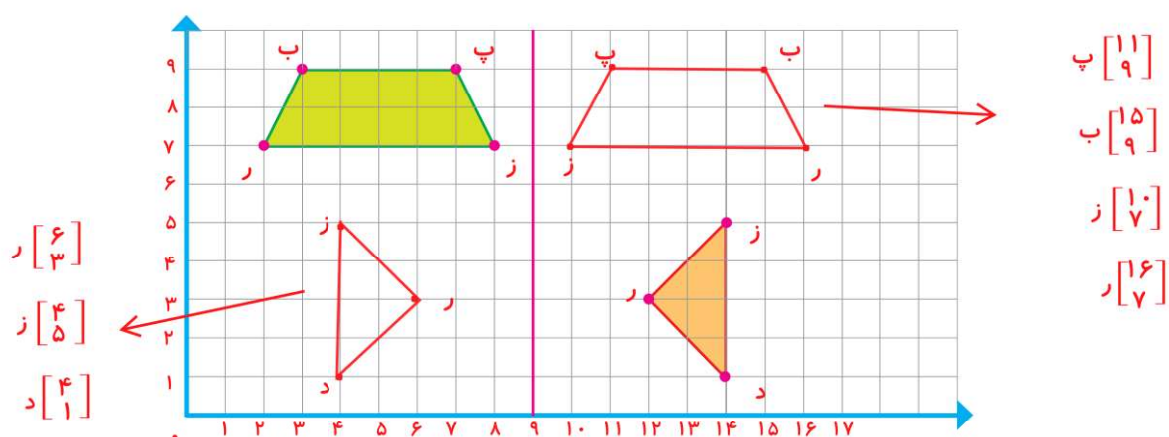


ب) مختصات مرکز تقارن مستطیل را پیدا کنید.

$$\begin{bmatrix} 2.5 \\ 2 \end{bmatrix}$$

۳- الف) در صفحه ی شطرنجی زیر، قرینه ی هر شکل را نسبت به محور تقارن داده شده رسم کنید.

ب) مختصات نقاط قرینه ی هر شکل را بنویسید.



مرور فصل

فرهنگ نوشتن

۱- به کمک معلم خود چند شکل نام ببرید که تقارن چرخشی دارند.

لوزی - مربع - دایره - مستطیل

۲- توضیح دهید چگونه می‌توان قرینه‌ی یک شکل را نسبت به یک نقطه پیدا کرد.

با استفاده از خط کش و پیدا کردن نقاط استفاده از کاغذ شفاف استفاده از رابطه بین مختصات شکل و مرکز تقارن

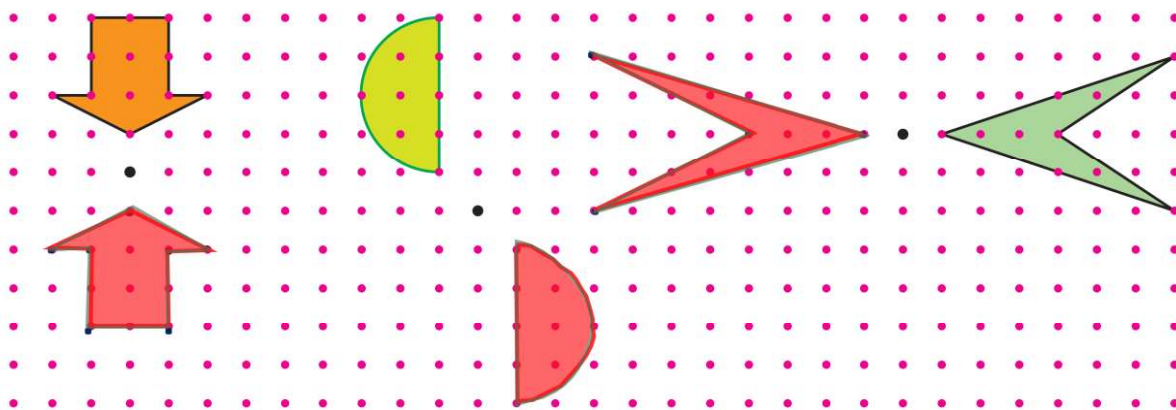
۳- توضیح دهید چگونه با دو عدد، مختصات یک نقطه در صفحه‌ی مختصات مشخص می‌شود.

عدد اول (عدد بالا) نشان دهنده مقدار حرکت نقطه از مبدا مختصات به سمت شرق یا غرب است
عدد دوم (عدد پایین) نشان دهنده مقدار حرکت نقطه از مبدا مختصات به سمت شمال یا جنوب است

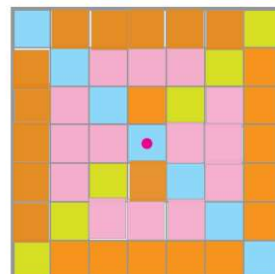
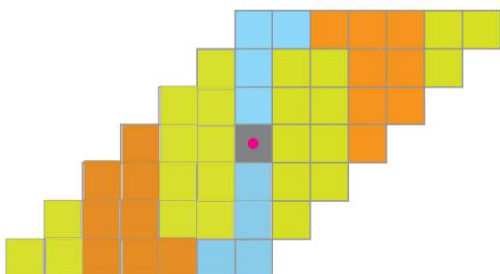


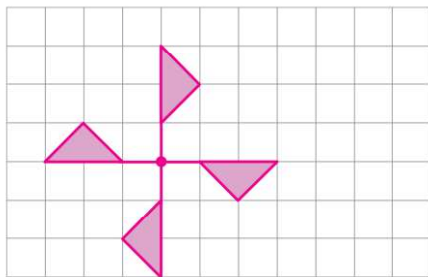
تمرین

۱- قرینه‌ی هر شکل را نسبت به نقطه‌ی داده شده پیدا کنید.



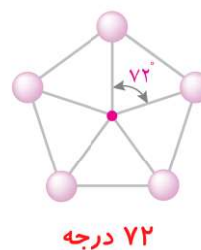
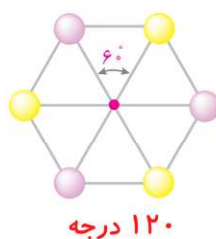
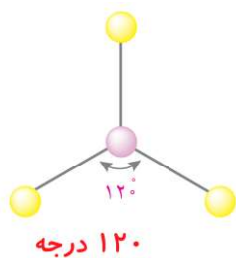
۲- شکل‌های زیر را طوری رنگ کنید که هر شکل تقارن مرکزی داشته باشد.





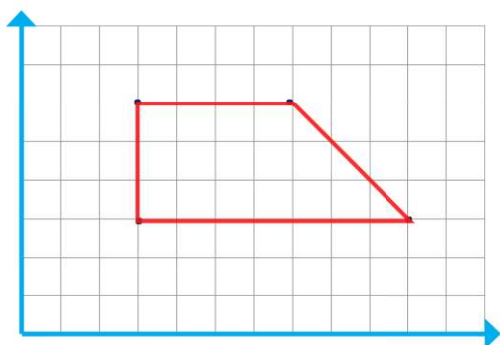
۳- الف) یک ورق کاغذ شفاف را روی شکل روبه‌رو قرار دهید و تصویر شکل را روی آن رسم کنید و آن را به اندازه‌ی 90° در جهت عقربه‌های ساعت حول نقطه‌ی داده شده بچرخانید. آیا تصویر، روی شکل، منطبق می‌شود؟ **بله**
ب) اگر کاغذ شفاف را 180° بچرخانیم آیا تصویر شکل، روی شکل منطبق می‌شود؟ **بله**

۴- هر کدام از شکل‌های زیر را چند درجه بچرخانیم تا شکل روی خودش قرار بگیرد؟



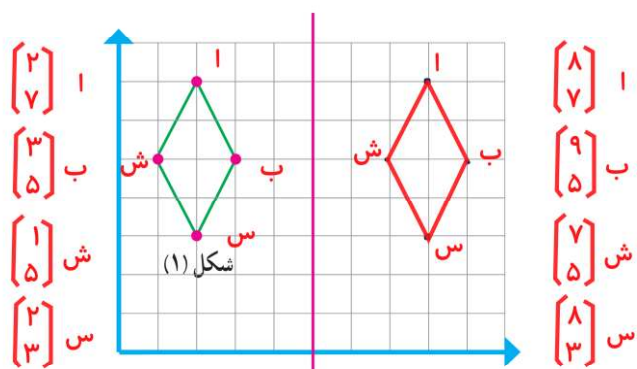
۵- مختصات رأس‌های یک چهار ضلعی به صورت زیر است :

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 10 \\ 3 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 7 \\ 6 \end{bmatrix}$$



الف) چهار ضلعی را رسم کنید.

ب) مساحت چهار ضلعی را پیدا کنید. $16/5$



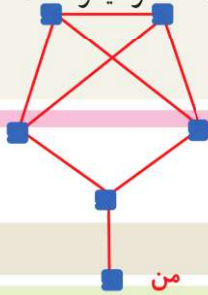
۶- الف) مختصات شکل (۱) را بنویسید.

ب) قرینه‌ی شکل (۱) نسبت به خط تقارن را رسم کنید.

پ) مختصات قرینه‌ی شکل (۱) را بنویسید.

معما و سرگرمی

در یک مهمانی جز من که فقط با یک نفر دیگر دست دادم هر یک از مهمانان با سه نفر دیگر دست دادند. آیا شما می‌توانید حدس بزنید که این مهمانی حداقل چند مهمان داشته است؟
حداقل ۶ نفر در این مهمانی حضور دارند



فرهنگ خواندن

اجسام در طبیعت به شکل‌های هندسی مختلف وجود دارند، از اتم‌های کوچک گرفته تا کهکشان‌های خیلی بزرگ. کریستال‌ها، رسوبات نمکی، کندوی زنبور عسل، گلوله‌های برف، تارهای عنکبوت و گل‌های آفتاب‌گردان تنها تعداد کمی از این اجسام هستند. بخشی از هندسه مطالعه‌ی ویژگی‌های شکل‌هایی مانند دایره، پنج‌ضلعی‌ها و شش‌ضلعی‌هاست. در نگاه ظاهری، خورشید، ماه (در برخی مواقع) و ستاره‌ها شبیه دایره‌اند. برخی از کریستال‌ها و رسوبات نمکی شبیه شش‌ضلعی هستند و بسیاری از موجودات زنده همانند گل‌ها و ستاره‌های دریایی یک پنج‌ضلعی می‌سازند.



کویر مرنجاب، آران و بیدگل



تار عنکبوت

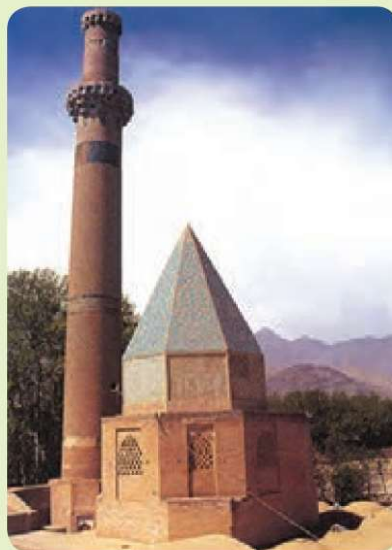


ستاره‌ی دریایی

تقارن یکی از مشخصه های هندسه در طبیعت و هنر است. شما قبلاً با دو نوع تقارن، یعنی تقارن محوری و مرکزی آشنا شده اید. در معماری اصیل ایرانی، همیشه از هندسه و تقارن استفاده می شود، همانند تقارن در تصاویر زیر:



خانه ی تاریخی بنی طبا، آران و بیدگل



مسجد جامع نطنز



کتیبه ی بیستون، کرمانشاه